Apellidos: **Nombre:** **NP:**

1. Calcular las magnitudes fundamentales de un Onda (C,C_g, L, L_o, C_o, C_{og}) en función de las variables siguientes:

   Profundidad de la lámina de agua: 20 metros

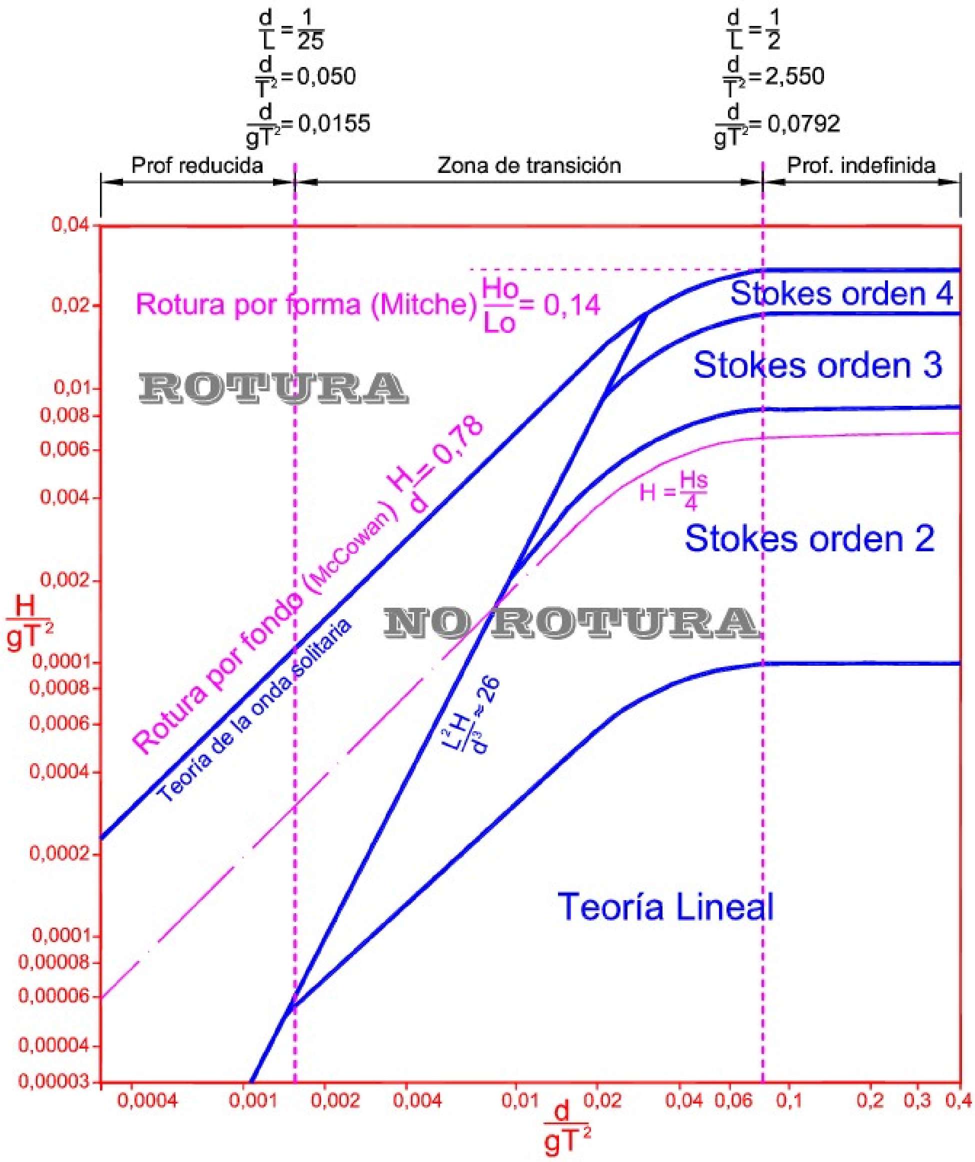
   Periodo de la onda: 12 segundos

2. Empleando la teoría de ondas de Airy, demostrar que en profundidades indefinidas $\frac{h}{L} > \frac{1}{2}$, la celeridad vale $\frac{gT}{2\pi}$

3. Empleando la teoría de ondas, demostrar que en profundidades reducidas $\left(\frac{h}{L} < \frac{1}{25}\right)$) la celeridad cumple la teoría de Lagrange, es decir, $C = \frac{gh}{2}$

4. Calcular empleando teoría lineal y en aguas de transición $\left(\frac{1}{25} < \frac{h}{L} < \frac{1}{2}\right)$, la velocidad máxima en el lecho

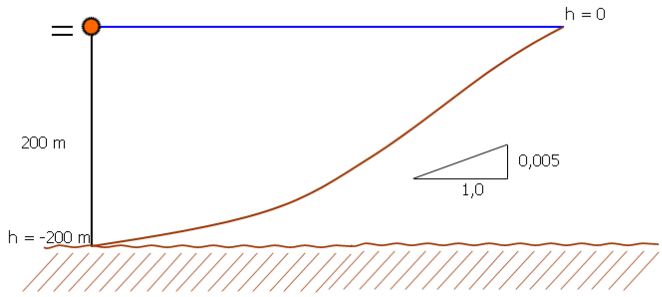
5. Una plataforma eólica offshore situada en Noruega en 70 metros de profundidad está sometida a una altura de ola significante de 3,00 m y un período ondulatorio de 14,40 segundos. ¿Qué modelo de onda debe emplearse en los cálculos? (Utilizar el ábaco de Le Méhauté, 1976)



6. A través de la teledetección se ha observado que la longitud de onda en profundidades indefinidas de un tren de ondas es de 312 m, mientras que en la plataforma continental en profundidades de transición, es de 200 m. Se pide, calcular la profundidad de la mencionada plataforma continental.

7. ¿Cual es el periodo de una onda cuando su longitud en profundidades de transición es de 60 m a 10 m de profundidad?

8. Un sistema de alerta detecta la presencia de un Tsunami a las 12 horas en el comienzo de la plataforma continental. ¿A que hora llegará el Tsunami a la costa? Se admite un modelo de onda continuo a lo largo de toda la plataforma y, por tanto, no existen discontinuidades, indefinidas, transición y reducidas.



9. Supongamos que se quiere construir una obra a una profundidad de 10 m en una zona donde las batimétricas son paralelas a la costa, la carrera de marea son 5 m y se sabe que las características del oleaje en aguas profundas son:

   - Altura de ola significante 14,47 m
   - Período 15 s
   - Angulo de aproximación del frente de onda respecto de las batimétricas 20º

   El temporal a considerar para el período de retorno para el que se diseña la obra son 980 milibar.

   ¿Qué altura de ola llegará a pie de obra?

10. En un registro de $N = 90$ olas descrito a continuación

7.40	7.00	6.40	6.20	5.90	5.50	5.10	4.80	3.00	3.90	4.80	5.10
5.50	5.90	6.20	6.60	7.10	7.50	7.60	7.10	6.60	6.20	5.90	5.60
5.10	4.90	3.90	4.10	4.90	5.10	5.60	6.00	6.20	6.70	7.10	7.80
7.80	7.20	6.80	6.30	6.00	5.70	5.20	4.90	4.20	4.30	4.90	5.20
5.70	6.10	6.30	6.80	7.20	7.90	8.00	7.20	6.80	6.30	6.10	5.70
5.20	4.90	4.30	4.60	5.00	5.30	5.80	6.20	6.30	6.80	7.20	8.10
8.10	7.30	6.90	6.30	6.20	6.80	5.30	5.00	4.60	4.60	5.10	5.50
5.80	6.20	6.40	7.00	7.30	8.20						

   Se pide:

   a) calcular la altura de ola significante, $H_{max,90}$, $H_{1/3}$, H_3, $H_{1/10}$, H_{10}, y $H_{1/20}$. ¿Este registro sigue una distribución de Rayleigh?

b) Sabiendo que la altura de ola significante tiene por valor 4.30 m, calcular la energía y las alturas de ola $H_{1/10}$ y H_{rms}.

c) Si la energía vale $3{,}50$ m^2, definir la altura de ola significante espectral.

d) En un registro de N = 100 olas, cual es mayor, $H_{1/100}$ ó $H_{max,100}$

SOLUCIONES:

Profundidad relativa	Aguas poco profundas $\frac{d}{L} < \frac{1}{25}$	Zona de transición $\frac{1}{25} \leq \frac{d}{L} \leq \frac{1}{2}$	Profundidad indefinida $\frac{d}{L} > \frac{1}{2}$
Superficie libre	$\eta = \frac{H}{2}\cos\left[\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right] = \frac{H}{2}\cos\theta$	$\eta = \frac{H}{2}\cos\left[\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right] = \frac{H}{2}\cos\theta$	$\eta = \frac{H}{2}\cos\left[\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right] = \frac{H}{2}\cos\theta$
Celeridad de la onda	$C = \frac{L}{T} = \sqrt{gd}$	$C = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi}\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$	$C = C_0 = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi}$
Longitud de onda	$L = T\sqrt{gd} = CT$	$L = L_0 \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$	$L = L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} = C_0 T$
Celeridad grupo de ondas	$C_g = C = \sqrt{gd}$	$C_g = nC = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\frac{4\pi d}{L}}{\sinh\left(\frac{4\pi d}{L}\right)}\right]\frac{L}{T}$	$C_g = \frac{1}{2}C = \frac{gT}{4\pi}$

Cuadro 1: Teoría lineal de Airy

1. Calcular las magnitudes ...

   $d = 20\ m$
   $T = 12\ s$

   $L_0 = \frac{9{,}81\cdot(12)^2}{2\pi} = 224,8\ m$

   Para obtener L, itero y 1º pruebo con $L = 0,6 \cdot L_0$

   1ª iteración :$L = L_0 \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) = 224,5 \cdot \tanh\left(\frac{2\pi\cdot 20}{0{,}6\cdot 224{,}8}\right) = 164,4\ m$

   2ª iteración :$L = L_0 \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) = 224,5 \cdot \tanh\left(\frac{2\pi\cdot 20}{152}\right) = 152\ m$

   como $\frac{1}{25} \leq \frac{20}{152} \leq \frac{1}{2} \Longrightarrow$ **estamos en transición**

   Para obtener C y C_g:

   $C = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi}\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) = 12,6\ \frac{m}{s}$

   $C_g = nC = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\frac{4\pi d}{L}}{\sinh\left(\frac{4\pi d}{L}\right)}\right] = 10,5\ \frac{m}{s}$

2. Empleando la teoría de ondas ...

   En primer lugar se plantea la ecuación de dispersión:

   $L = L_0 \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$; con $L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$

   En $\frac{h}{L} > \frac{1}{2}$ la $\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) = \tanh(\pi) = 1 \Longrightarrow L = L_0;$

   como $L_0 = \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \Longrightarrow C = C_0 = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi}$

3.

4.

5.

6. A través de la teledetección ...

$L_0 = 312\ m$ en profundidades indefinidas $\left(\frac{d}{L} > \frac{1}{2}\right)$
$L = 200\ m$ en profundidades de transición $\left(\frac{1}{25} \leq \frac{d}{L} \leq \frac{1}{2}\right)$

$$\left.\begin{array}{l} L_0 = \frac{9{,}81\cdot(12)^2}{2\pi} \\ L = L_0 \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \end{array}\right\} \quad \Longrightarrow \quad 200 = 312 \tanh\left(\frac{2\pi d}{200}\right) = 0,641$$

Por tanteo:

si $1 = \frac{2\pi d}{200} \Longrightarrow \tanh\left(\frac{2\pi d}{200}\right) = 0,76; \qquad 0,76 \cdot 312 \neq 200$
si $0,75 = \frac{2\pi d}{200} \Longrightarrow \tanh\left(\frac{2\pi d}{200}\right) = 0,635; \qquad 0,635 \cdot 312 \approx 200$

$\Longrightarrow \frac{0{,}75\cdot 200}{2\pi} = 23,9\ m$

7. ¿Cual es el T ...

$L = 60\ m$ en profundidades de transición $\left(\frac{1}{25} \leq \frac{d}{L} \leq \frac{1}{2}\right)$

$L = L_0 \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \Longrightarrow 60 = L_0 \tanh\left(\frac{2\pi 10}{60}\right) \Longrightarrow L_0 = 75\ m \Longrightarrow T = \sqrt{\frac{2\pi L_0}{g}} = 7\ s$

8. Un sistema de alerta ...

El Tsunami llega a la costa $\Longrightarrow$ Aguas poco profundas $\frac{d}{L} < \frac{1}{25}$

$$\left.\begin{array}{l} C = \sqrt{gd} \\ d = -0,005 \cdot x + 200 \end{array}\right\} \quad \Longrightarrow \quad C = \sqrt{g \cdot (-0,005 \cdot x + 200)}$$

$C = \frac{dx}{dt} \Longrightarrow dt = \frac{dx}{C} = \frac{dx}{\sqrt{g\cdot(-0{,}005\cdot x+200)}}$

$\int_0^t dt = \int_0^{40000} \frac{dx}{\sqrt{g\cdot(-0{,}005\cdot x+200)}} \Longrightarrow t = \frac{-2}{0{,}005g} \cdot \left.\sqrt{g \cdot (-0,005x + 200)}\right]_0^{40000} = 40,8 \cdot 44,3 = 1807,2\ s$

$\approx 30\ min \Longrightarrow$ llegará a las 12:30

9. Supongamos que se quiere construir una obra ...

Los pasos para determinar la altura de ola incidente sobre la obra son:

a) Determinar la profundidad máxima a la que va a estar la obra

$$d_B = d + C_m + S_w + S_{\frac{\Delta P}{\Delta n}} \tag{1}$$

la sobreelevación por succión será:

$$S_{\frac{\Delta P}{\Delta n}} = 0,010\,(1013 - P_{atm}) = 0,010\,(1013 - 980) = 0,33m \tag{2}$$

la sobreelevación por oleaje:

$$S_w = 0,15d = 1,5m \tag{3}$$

La profundidad máxima a la que podría estar la obra será:

$$d_B = 10 + 5 + 0,33 + 0,9848 = 16,8m \tag{4}$$

b) Obtener la longitud de onda para la profundidad de cálculo

$$L = L_0 \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) = \frac{9,81 \cdot 15^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi 16,8}{L}\right) \tag{5}$$

Esta ecuación se resuelve por métodos iterativos, o podemos usar la aproximación de Fenton y McKee. El resultado es:

$$L = 182,5m \tag{6}$$

c) Obtener los coeficientes de refracción y asomeramiento

$$K_r = \sqrt{\frac{\cos(\alpha_0)}{\sqrt{1 - \dfrac{\mathrm{sen}^2(\alpha_0)}{\coth^2\left(\dfrac{2\pi d}{L}\right)}}}} = \sqrt{\frac{\cos(20)}{\sqrt{1 - \dfrac{\mathrm{sen}^2(20)}{\coth^2\left(\dfrac{2\pi 16,3148}{180,5027}\right)}}}} = 0,985 \tag{7}$$

$$K_s = \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \dfrac{\frac{4\pi d}{L}}{\mathrm{senh}\left(\frac{4\pi d}{L}\right)}\right] \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \dfrac{\frac{4\pi 16,3148}{180,5027}}{\mathrm{senh}\left(\frac{4\pi 16,3148}{180,5027}\right)}\right] \tanh\left(\frac{2\pi 16,3148}{180,5027}\right)}}$$

$$K_s = 1,03 \tag{8}$$

d) Determinar la altura de ola resultante de la propagación

$$H = K_r \cdot K_s \cdot H_0 = 0,985 \cdot 1,03 \cdot 14,47 = 14,67\,\mathrm{m} \tag{9}$$

e) Comprobar el límite de rotura por fondo. En este caso utilizaremos la formulación de McCowand

$$\frac{H}{d} = 0,78 \Longrightarrow H = 0,78 \cdot 16,80 = 13,10\,\mathrm{m} \tag{10}$$

f) Comprobar el límite de rotura por forma mediante la fórmula de Mitche

$$\frac{H_b}{L} = \frac{1}{7}\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) = \frac{1}{7}\tanh\left(\frac{2\pi 16,3148}{182,5}\right) = 0,0745$$

$$H_b = 0,0745 \cdot 182,5 = 13,59\,\mathrm{m} \tag{11}$$

g) Elegir la altura de ola máxima incidente sobre nuestra obra, para ello en este caso se utiliza el criterio de diseño del SPM:

$$H_D = \text{mín}\left\{H_{D,SPM},\, H_d,\, H_b\right\} = \text{mín}\left\{1,27 \cdot 14,67;\; 13,10;\; 13,59\right\} = 13,10\,\mathrm{m} \tag{12}$$